

الهندسة الفراغية

اعداد المعلمة/

سعاد صالح البيطار

المقدمة

تلعب الهندسة في حياتنا اليومية دوراً فعّالاً حيث استخدمت قديماً في معرفة مواقيت الصلاة والأهلة وفي تصميم القصور والبنائيات وشق الأفلاج والقنوات والترع وفي تسيير أمور حياتهم اليومية ، ولا زالت حتى يومنا هذا تلعب دوراً بارزاً في كثير من مواقف الحياة المعاصرة ، لذلك كان تعليمها لأبنائنا الطلاب أمراً ضرورياً لتنمية مهاراتهم وأساليب التفكير لديهم ، وفي نظامنا التعليمي قسمت مواضيع الهندسة على مراحل التعليم العام حيث يتعرف الطالب في المرحلة الابتدائية على نماذج ومجسمات هندسية ويدرك مساحتها وحجومها بطريقة ملموسة ثم يعطى جرعات هندسة أخرى في المرحلة الإعدادية كهندسة المثلث وهندسة الدائرة وينتقل الى المرحلة الثانوية يتناول خلالها موضوعات هندسية متنوعة كهندسة التحويلات والهندسة الفراغية التي تعالج الأشكال والمجسمات في الفراغ والتي يستصعب الغالبية العظمى من أبنائنا الطلاب تعلمها بالصف الثالث الثانوي العلمي ، لذلك أتت فكرة هذا البحث المتواضع ليسلط الضوء على بعض المواضيع المرتبطة بالهندسة الفراغية كمفهومها وأهداف تدريسها ومعرفة صعوبات تعلم الطلاب لمواضيعها والطرائق المقترحة للتغلب على تلك الصعوبات ، ومعرفة المهارات المتطلبة لدراسة الهندسة

الفراغية وبعض المصطلحات المتعلقة بها ، وأتمنى أن أوفق في كتابة هذا البحث للإستفادة وإفادة اخواني واخواتي معلمي ومعلمات مادة الرياضيات وغيرهم ممن لديه الرغبة في التعرف على الهندسة الفراغية عن قرب سائلاً المولى جلة قدرته أن يوفقنا جميعاً لما فيه النفع وخدمة العملية التعليمية .

نبذة تاريخية

ارتبطت نشأت الهندسة بالناحية العملية فكان الهدف منها خدمة الأغراض العملية فأستخدمها المصريين في تحديد مساحات الأراضي وبناء الإهرامات والمعابد فأوجدوا مساحات بعض الأشكال الهندسية وحجوم بعض المجسمات ، كما أستطاع المصريون و البابليون إيجاد النسبة التقديرية (ط = ١١ = ٣ و١) حيث وجدت في أوراق بردى موسكو و أوراق أممس ٦٠٠ ق.م.

وعند الإغريق بدأت الهندسة تأخذ طوراً جديداً عند طاليس (٦٤٠ - ٥٤٦ ق.م) و فيثاغورث (٥٨٢ - ٥٠٧ ق.م) اللذان يعتبران من مؤسسي الهندسة الأخرقية .

ثم جاء بعد ذلك أقليدس (القرن الثالث قبل الميلاد) فألف كتاب ((الأصول)) وهو كتاب ينقسم إلى ثلاثة عشر مقالة تختص الأولى منها بالهندسة المستوية من مثلثات ومتوازيات وما يسمى بالجبر الهندسي و هندسة الدوائر والأشكال المنتظمة الكثيرة الأضلاع، ثم ترجمه العرب إلى اللغة العربية وألفوا كتباً أخرى طبقوا فيها الهندسة على المنطق ففي العصر الإسلامي ترجم الحجاج بن مطر (١٧٠ - ٢٢٠ هـ) كتاب الأصول إلى العربية ثم ترجمه بعد ذلك حنين بن أسحق (١٩٤ - ٢٥٩ هـ)، وناقش عمر الخيام وابن الهيثم فرضيات أقليدس في هذا الكتاب وساهم ابن الهيثم في إدخال علم المنطق في الدراسة الهندسية وألف كتاب ((القواعد المفروضة)).

ومن العلماء الذين ساهموا في تطور علم الهندسة الشيخ الرئيس ابن سينا (٣٧١ - ٤٢٨ هـ) والعالم الفلكي محمد الباروني (٣٦٢ - ٤٤٠ هـ) ومن كتبه في الهندسة (تحديات نهايات الأماكن لتصحيح مسافات المساكن) و (استخراج الأوتار في الدائرة).

واهتم الهنود بالهندسة التي ارتبطت بحياتهم اليومية فعرفوا الأشكال الهندسية مثل

المربع والمستطيل و العلاقة بين الأقطار والأضلاع.

وعرف الأوربيون الهندسة من العرب فألف لفيوناس كتابه ((الهندسة العملية)) الذي ضم معلومات كبيرة عن الهندسة واكتشفوا بعد ذلك الهندسة الإسقاطية كجزء من الهندسة الإقليدية ثم ظهرت الهندسة الإسقاطية على يد ديكارت ١٦٢٧م وتطورت الهندسة الأقليلية على أيدي كل من: العالم الألماني جاوس (٧٧٧-١٨٥٥) : أول من ابتكر الهندسة الزائدة .

والعالم الروسي لوبا تشفسكي (١٧٩٣-١٨٥٦) : نشر أول أبحاثه عن ابتكار نوع الهندسة الأقليلية (الهندسة الزائدة).

ثم اكتشف العالم الألماني جورج ريمان هندسة ريمان (الهندسة الناقصية) .

إننا نستخدم مبادئ الهندسة في كل حياتنا المعاصرة ، لوضع التصاميم والديكورات في المعمار والمناظر الطبيعية والحدائق ، هذا بالإضافة إلى أن الكثير من الأدوات التي يستخدمها المساحون مثل البوصلة والسدسية والمزولة و غيرها لها علاقة بالهندسة .

ماهية الهندسة الفراغية وأهمية تدريسها

الهندسة هي العلم الذي يبحث في المفاهيم و التعميمات الرياضية المتعلقة بالخط، السطح، المربع، تطابق، تكافؤ... الخ ، كما تبحث في تطبيق هذه العلاقات في النواحي العملية التي تعرض في الحياة .

أو هي علم دراسة الفراغ والمقدار وهي تهتم بموضع وشكل ومساحة وحجم الأشكال والمجسمات دون أن تتناول خواصها المادية و الفيزيائية .

واصل كلمة الهندسة geometry من geo تعني الأرض أما كلمة merton تعني قياس فكلية geometry المأخوذة عن اليونانية معناها

(قياس الأرض) .

وينقسم علم الهندسة إلى عدة فروع منها:

الهندسة الأقليلية – الهندسة الناقصية – الهندسة الكروية – الهندسة الإسقاطية – الهندسة

التحليلية.

ويبدأ علم الهندسة من مسميات أولية غير معرّفة هي (النقطة، المستقيم، المستوى) وتستخدم هذه المسميات كأساس لتعريف مفاهيم هندسة أخرى ولتكوين عبارات توضح العلاقة بينها يقبل بصحتها دون برهان وتسمى المسلمات.

وتستخدم هذه المسميات والتعاريف و المسلمات في إيجاد معلومات جديدة تسمى (نظريات) وهي عبارات يجب إثبات صحتها.

ويقصد بالهندسة الفراغية هي الهندسة التي تعالج الأشكال و المجسمات في الفراغ ذي ثلاثة أبعاد.

* أهمية تدريس الهندسية الفراغية:

تساعد الهندسة الفراغية الطلاب تحسين طريقة تفكيرهم، وتساعدهم على ربط الحقائق واستنباط النتائج، وتكسب الطلاب أساليب التفكير السليمه مثل: التفكير التأملي، التفكير العلاقي، التفكير الناقد وتنمي لديهم إدراكهم لخواص الأشكال والمجسمات ومعرفة الخواص المناسبة والعلاقات الداخلة في المجسمات البسيطة الشائعة وتنمي لديهم كذلك الإدراك الفراغي والقدرة على رؤية الأشكال في الفراغ ذي ثلاثة أبعاد.

تساهم الهندسة الفراغية في تحقيق كثير من الأهداف التربوية إلا أنها تعتبر من أكثر أنواع الهندسات التي تواجه تعليمها صعوبة بالنسبة للطلاب .

أهداف تدريس الهندسة الفراغية

- تساعد التلاميذ على تنمية القدرات الاستدلالية المنطقية في جميع مجالات التفكير .
- تساعد التلاميذ على تنمية ملكية التصور .
- تساعد التلاميذ على اكتساب المعلومات المناسبة عن الأشكال الهندسية في المستوى والفراغ عن طريق دراسة المجسمات الحقيقية وعمل نماذج لها .

- تساعد التلاميذ على اكتساب القدرة على رسم الأشكال الهندسية وفهم خواصها.
- تساعد التلاميذ على اكتساب أساليب التفكير السليمة التي تسهم في بناء شخصيتهم ومنها التفكير الدقيق، التفكير التأملي، التفكير الاستقرائي، التفكير الاستدلالي.
- تساعد التلاميذ على معرفة طبيعة البرهان الرياضي.
- تساعد التلاميذ على معرفة أهمية الهندسة في كثير من مجالات الحياة مثل: الاعمال الهندسية و هندسة البناء و التشييد والصناعة و الديكور و غيرها.

المهارات في هندسة الفراغ

المهارات البصرية:

الهندسة الفضائية مادة دراسية بصرية (تعتمد على حاسة البصر).

وهناك أبحاث حددت الأدوات المختلفة التي يلعبها النصف الكروي للمخ في تعلم الرياضيات وأوضحت أن النصف الكروي الأيمن يتعامل بكثرة مع الفراغ و الدوال التركيبية، لذلك فإن في مقرر الهندسة الفراغية يكون من المهم تزويد الطلاب بخبرات كافية لتنمية كل من جانبي المخ.

المهارات اللفظية :

مقرر الهندسة الفراغية يتضمن تعاريف دقيقة وفروض و قضايا تصف خواص الأشكال ، وقد يطالب الطالب بقراءة أجزاء من المادة و كيفية براهينها .

مهارات الرسم:

ان مهارات الرسم يجب أن تنمى في مقرر هندسة الفضاء والأنشطة كثيراً ما تساعد الطلاب على معرفة العلاقات الهندسية وفهم خواص الأشكال و المجسمات و استيعاب الأشكال و المجسمات ذات الثلاثة أبعاد ورسمها بدقة.

المهارات المنطقية:

لتنمية المهارات المنطقية لدى الطلاب يجب مساعدتهم على التعامل بطريقة شكلية مع أفكار أو معارف لفظية وتصويرية قبل أن تقدم لهم قواعد المنطق الرياضي وان يكونوا على علم في استخدام بعض المصطلحات من الناحية اللغوية.

ومهارة إنماء البرهان المنطقي في موقف هندسي يمكن ان تتركز على الرسم التخطيطي مع معطيات، وعلى المعلمين تشجيع الطلاب على دراسة المعطيات وإستنتاج المعلومات الإضافية عن الشكل الهندسي ثم يحلون المسألة.

المهارات التطبيقية:

يجب تخصيص وقت أطول لتنمية مهارات التطبيق التي تزود الطلاب بكثير من المعرفة بالتطبيقات العملية التي تستخدم في العمارة و الفلك و الهندسة.

مستويات النمو العقلي في هندسة الفراغ

* المستوى الأول: التعرف

يتعلم الطالب بعض المفردات في هندسة الفضاء ويعبر عنها مثل المستوى، الفضاء، الزاوية بين مستقيمين متخالفين ، الزاوية الزوجية.

* المستوى الثاني : التحليل

أي ان الطالب يحلل خواص الأشكال والمجسمات ، فيدرك مثلاً أن قاعدتا المنشور متوازيتان ومتطابقتان وأن أوجهه الجانبية تكون سطوحاً مستطبية إذا كانت أحرفه الجانبية عمودية على مستوى القاعدتين وتكون أسطح متوازيات أضلاع إذا كانت الأحرف الجانبية مائلة على مستوى القاعدتين .

* المستوى الثالث : التنظيم أو الترتيب

فالطالب ينظم الأشكال بطريقة منطقية ويفهم التداخلات بين الأشكال و المجسمات وأهمية التعاريف الدقيقة .

* المستوى الرابع : الاستدلال

الطالب الذي يفهم كل المسلمات و النظريات و البرهان سيكون قادراً إلى استخدامها في حل الأمثلة و التمارين.

* المستوى الخامس : التدقيق المحكم

فالطالب في هذا المستوى لابد وأن يدرك أهمية الدقة في التعامل مع البناء الرياضي و المعاملات بين الأبنية المختلفة ولكن نادراً ما يمتد إلى طلاب المرحلة الثانوية.

صعوبات تعلم الهندسة الفراغية

- ❖ عدم فهم التلاميذ لطبيعة الهندسة مفهومها وأهدافها.
- ❖ دراسة مقرر الهندسة عن طريق استظهار البراهين وبرهنة كثيرة من النظريات الهندسية على مدى الوحدة الدراسية .
- ❖ عدم الاهتمام بالمهارات الأساسية التي يجب ان يكتسبها الطلاب من خلال دراسة الهندسة.
- ❖ عدم وضوح أهداف تدريس الهندسة الفراغية لدى بعض المعلمين مما يترتب عليه عدم معرفة التلميذ لماذا تدرس الهندسة الفراغية .

- ❖ عدم قدرة الطلاب على تخيل الأشكال والرسومات الخاصة بالهندسة الفراغية .
- ❖ عدم الاهتمام بتمثيل الأجزاء المختلفة من الشكل الهندسي بخطوط متقطعة مما قد يشكل لدى بعض التلاميذ صعوبة في تمييز وإدراك أبعاد الشكل الهندسي .
- ❖ عدم اهتمام الطلاب بتفسير كل خطوة من خطوات البرهان المنطقي .
- ❖ تعامل معظم الطلاب مع رسومات الهندسة الفراغية على أنها رسومات للهندسة المستوية .
- ❖ عدم الاهتمام بالنماذج والوسائل المعينة التي توضح الأشكال الهندسية والمجسمات .
- ❖ عدم قدرة الطلاب على حل تمارين الهندسة الفراغية .
- ❖ عدم قدرة الطالب على معرفة نقطة البدء في البرهان .
- ❖ عدم إدراك الأبعاد المكانية الثلاثة (الطول والعرض والإرتفاع) للشكل الهندسي .
- ❖ عدم القدرة على قراءة الرموز المعبرة عن شكل هندسي معين .
- ❖ عدم إدراك مكونات النظرية الهندسية .
- ❖ عدم التمييز في التعبير هندسياً بين المجسمات الشهيرة .
- ❖ عدم التمييز بين المستويات المختلفة .
- ❖ الخلط بين . . . ، . . . في الطريقة الإستدلالية .

طرائق مقترحة للتغلب على صعوبات تعلم الهندسة الفراغية لدى طلاب الصف الثالث الثانوي

***طريقة الاكتشاف القائم على التعلم الفردي :**

يعرف التعلم الفردي: بأنه ذلك النوع من التعلم الذي يعمل على الوصول بكل فرد إلى

مستوى مناسب من التمكن في المادة المقررة عليه من خلال إعداد المادة إعداداً يسمح بالتعلم الذاتي كما يسمح للتعلم بان يتقدم في عملية التعليم وفقاً لسرعته الخاصة .

وتعرف طريقة الاكتشاف القائمة على التعلم الفردي في هندسة الفضاء بأنها الطريقة التي فيها يعطي المعلم لطلابه مجموعة من الأمثلة التمهيدية ثم يقوم الطلاب لصياغة ما اكتشفوه من مفهوم أو نظرية هندسية صياغة لفظية بحيث يوجه الاكتشاف لكل طالب على حده وفقاً لإمكاناته ومستوى تحصيله و بأسلوب يجعله يعمل بمفرده ويتقدم تحت إشراف و إرشاد معلمه .

**** المواقف المعدة وفق طريقة الإكتشاف القائمة على التعلم الفردي :**

- قدم أمثلة ومشاهدات ونماذج تمهيدية في بداية الدرس .
- اجعل الطالب يتوصل بنفسه الى المفهوم والنظرية الهندسية .
- وجه الاكتشاف نحو كل طالب على حده ، وفقاً لإمكانات ومستوى تحصيله وبأسلوب يجعله يعمل ويتقدم فردياً .
- استخدم بطاقات نشاط لكل طالب على حده أثناء التعلم وبعد التعلم .
- استخدم نماذج حقيقية وبعض المجسمات الحية .
- درّب الطلاب على التعبير بالرسم عن الحقائق والنتائج والنظريات الهندسية .
- اطلب من طلابك أن يذكروا مكونات النظرية الهندسية .
- اثبت هذه النظرية الهندسية باستخدام مكوناتها .
- ناقش الطلاب شفويّاً من خلال مثال محلول .

*** طريقة الاستقصاء القائمة على التعلم بالمعنى:**

التعلم ذي المعنى: هو ذلك التعلم الذي يحدث نتيجة دخول معلومات جديدة الي العقل لها صلة بمعلومات سابقة مختزنة في البنية المعرفية للفرد ولكي يحدث التعلم ذو المعنى لابد

أن ترتبط المعلومات الجديدة بما يماثلها من المعلومات المخزنة في البنية المعرفية.

وتعرف طريقة الاستقصاء القائم على التعلم ذي المعنى في هندسة الفضاء بأنها الطريقة التي يستخدمها معلمو الهندسة الفراغية من خلال حل المسائل و المشكلات الهندسية عن طريق صياغة الطلاب لهذه المسائل و المشكلات، وتجميع البيانات التي تستخدم في حل الموقف المشكل وإعادة تنظيم خطوات الحل في ضوء الفروض و التخمينات التي يضعها الطلاب و تحليل الموقف الاستقصائي بهدف البحث عن حلول أخرى جديدة من خلال استرجاع الطلاب لمعلومات الهندسة المستوية و التي لها صلة بمعلومات الهندسة الفراغية.

**** المواقف التعليمية وفق الطريقة الاستقصائية القائمة على التعلم بالمعنى :**

- استرجع معلومات الطلاب في الهندسة المستوية ، التي سبق لهم دراستها في المراحل السابقة ذات العلاقة بالهندسة الفراغية .

- طبق مراحل الاستقصاء أثناء حل المشكلات والتمرينات الهندسية من خلال التعرف والوصف واقتراح خطة الحل وتنفيذ الحل والتحقق من صحة الحل .

- كلف الطلاب بجمع بيانات من الكتاب المدرسي ، أو مرجع آخر في الهندسة الفراغية للتدريب على الاستقصاء .

- قدم المفاهيم الهندسية بطريقة متدرجة من السهولة الى الصعوبة ، وأيضاً الخواص الهندسية من خلال تحليل المحتوى حتى يحدث التعلم بالمعنى .

- وزع ورقة عمل للطلاب تشتمل على أنشطة هندسية .

*** الطريقة العملية القائمة على التعلم في مجموعات:**

الطريقة العملية: هي مجموعة من طرائق التعلم، يرتاد الطلاب بواسطتها الأفكار الرياضية من خلال أنواع كثيرة من أنشطة الطلاب.

مثل التعلم في مجموعات: تنظيم و ترتيب الفصل في مواقف ديمقراطية تتيح للطلاب أثناء عملية التعلم الرجوع إلى زملائه بحيث يكتسب خبرات رياضية من خلال إسهامه في بناء و

تكييف المناقشات الاجتماعية والاتفاقات والاختلافات وهذا النوع ينمي لدى الطلاب الأهداف الوجدانية في مادة الرياضيات.

وتعرف الطريقة المعملية القائمة على التعلم في مجموعات في الهندسة الفراغية بأنها مجموعة الطرائق التي يستخدمها المعلم أثناء حصة الهندسة الفراغية المتمثلة في الاكتشاف والاستقصاء والعديد من أنشطة حل المشكلات من خلال بيئة يتعلم فيها الطلاب وحدة الهندسة الفراغية.

**** المواقف التعليمية وفق الطريقة المعملية القائمة على التعلم في مجموعات :**

- انقل طلابك الى المكتبة وقسم الطلاب الى مجموعات كل مجموعه تضم خمسة طلاب .

- اعط فرصة لطلابك للتجريب والمشاهدة العملية .

- درب طلابك على صنع نماذج من المستويات والمجسمات بواسطة الأدوات والوسائل التعليمية المعملية والنماذج الهندسية .

- اترك الطلاب يتعلمون معاً في جماعات ، تحت إرشادك وتوجيهك لكي تنمو مهارات العمل الجماعي .

- وزع بطاقات التعلم في مجموعات على كل مجموعة ، للتقويم المرحلي والنهائي .

*** الطريقة المعتادة القائمة على التعلم بالتلقي :**

هي طريقة التدريس المتبعة في كثير من المدارس و تتركز حول المعلم و المقرر الدراسي أكثر من الطالب تقل فيها فرصه في اشتراكه في الموقف التعليمي ويقل توجيه المعلم له، حيث يقتصر دوره على بعض الأمثلة و التمرينات بالكتاب المدرسي وفي نهاية كل شهر أو نهاية الوحدة يقوم المعلم بتقويم نهائي عن طريق الاختبارات التشخيصية.

مصطلحات في هندسة الفضاء

❖ المستقيمان المتخالفان: هما مستقيمان لا يمكن أن يحتويهما مستوى واحد ولا يتقاطعان.

❖ المسقط العمودي (لنقطة على مستوى) : تسمى نقطة تلاقي العمود النازل من نقطة خارج مستوى على هذا المستوى بالمسقط العمودي للنقطة على المستوى.

❖ المسلمة : هي عبارة تَقْبَلُ صحتها دون برهان .

❖ المسميات الأولية: هي كلمات غير معرفة مثل النقطة والمستقيم والمستوى وتستخدم لتعريف بعض المفاهيم أو وصف أشياء معينة.

❖ المستوى : سطح يمتد الى ما لا نهاية في جميع الإتجاهات ويمثل هندسياً بشكل رباعي أو

أي منحنى مغلق ويرمز له بأحد الأحرف س ، ص ، ع ... أو بثلاث نقاط عليه ليست

على استقامة واحدة أ ، ب ، ج ويسمى المستوى أ ب ج ، وهو يضم مجموعة غير منتهية من النقاط .

❖ الفضاء : هو مجموعة غير منتهية من النقاط ويرمز له بالرمز (ف) وتكون الخطوط

والمستقيمت والمستويات والسطوح والأجسام مجموع جزئية منه .

❖ النقاط المستقيمة : هي نقاط تقع على مستقيم واحد .

❖ النقاط المستوية : هي نقاط على مستوى واحد .

❖ الزاوية بين مستقيمين متخالفين : هي الزاوية التي يصنعها أحدهما مع أي مستقيم قاطع

له وموازٍ لآخر .

❖ الزاوية الزوجية : هي الزاوية الناتجة من إتحاد نصفي مستويين مشتركين في مستقيم .

❖ الزاوية المستوية لزاوية زوجيه : هي الزاوية التي تنشأ من تقاطع الزاوية الزوجية مع

مستوى عمودي على حرفها .

❖ قياس الزاوية الزوجية : هو قياس أي زاوية من زواياها المستوية الناتجة من تقاطع

الزاوية الزوجية مع مستوى عمودي على حرفها .

❖ الزاوية بين مستقيم ومستوى : هي الزاوية بين المستقيم ومسقطه العمودي على المستوى .

❖ إذا كان مستقيم عمودياً على كل مستقيم في المستوى قيل أن : المستقيم عمودي على

المستوى أو المستوى عمودي على المستقيم .

❖ المستقيم المائل على مستوى : هو المستقيم غير العمودي على مستوى معلوم وقاطع له .

❖ يقال للمستويين أنهما متعامدان إذا كانت الزاوية الزوجية بينهما قائمة .

متطلبات سابقة لهندسة الفضاء

○ متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟

١- إذا كان فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين .

٢- إذا تطابق وتوازي فيه ضلعان متقابلان .

٣- إذا نصف كل من قطريه القطر الآخر .

٤- إذا تطابق فيه كل ضلعين متقابلين .

٥- إذا كانت كل زاويتين فيه متطابقتين .

○ متى يتوازي مستقيمان ؟

إذا قطعهما مستقيم ثالث ونتج عن ذلك :-

١- زاويتان متبادلتان متطابقتان .

٢- زاويتان متناظرتان متطابقتان .

٣- زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع مجموع قياسهما = 180° .

○ نظريات هندسة المثلث :

١- في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر مساوياً مجموع مربعي طولي ساقيه .

٢- إذا كان مربع طول الضلع الأطول في مثلث مساوياً لمجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين فإن الزاوية المقابلة لهذا الضلع تكون قائمة .

٣- القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصف طوله .

٤- إذا رسم مستقيم من منتصف أحد اضلاع مثلث موازياً ضلعاً آخر فيه فغنه ينصف الضلع الثالث .

٥- طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية الى منتصف الوتر تساوي نصف طول الوتر .

نتيجة ١ : في المثلث الثلاثيني الستيني يكون طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها 30° مساوياً نصف طول الوتر .

نتيجة ٢ : إذا كان طول أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية مساوياً نصف

طول الوتر كان قياس الزاوية المقابلة لهذا الضلع 30° وكان المثلث ثلاثينياً ستينياً .

٦- الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها تتقاطع في نقطة واحدة .

نتيجة : نقطة تقاطع الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث على أبعاد متساوية من رؤوسه .

٧- منصفات زوايا المثلث تتقاطع في نقطة واحدة .

نتيجة : نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث تقع على أبعاد متساوية من أضلاعه الثلاثة .

٨- الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه أو امتداداتها تتقاطع في نقطة واحدة.

٩- القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كلاً منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس .

○ متى يتشابه مثلثان ؟

١- إذا تطابقت زواياهما المتناظرة .

٢- إذا تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة .

٣- إذا طابقت زاوية في أحدهما زاوية في المثلث الآخر وتناسب طول الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .

○ متى يتطابق مثلثان ؟

١- إذا تطابق كل ضلع في أحدهما مع نظائرها في المثلث الآخر . (ض . ض . ض)

٢- إذا تطابق ضلعان والزاوية المشتركة معهما في الرأس في أحدهما مع نظائرها في

المثلث

الآخر . (ض . ز . ض)

٣- إذا تطابقت زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما في أحدهما مع نظائرها في المثلث الآخر . (ز . ض . ز)

٤- يتطابق المثلثان القائم الزاوية إذا تطابق ضلع ووتر في أحدهما مع نظائرها في المثلث الآخر .

المراجع والمصادر

- ١- ماهر نقولا اثناسيوس : المعلم في الجبر والهندسة الفراغية للمرحلة الثانوية ، المؤسسة العربية الحديثة ، القاهرة ٢٠٠٢ م .
- ٢- حسن العزة وآخرون : الرياضيات للصف العاشر ، الطبعة الثانية ، عمان ، الأردن ١٩٩٨ م .
- ٣- خليفة عبدالسميع خليفة : تدريس الرياضيات في المدرسة الثانوية ، مكتبة النهضة المصرية ، الطبعة الثانية ، القاهرة ١٩٨٧ م .
- ٤- رابطة مدرسي الرياضيات بمصر : مجلة الرياضيات ، العدد الثاني ، ديسمبر ١٩٨٢ م .

٥- محبات أبو عميره : تعليم الهندسة الفراغية والإقليدية ، الدار العربية للكتاب ،
الطبعة الأولى ، القاهرة ٢٠٠٠ م .

٦- وزارة التربية والتعليم : الرياضيات للصف الثالث الثانوي العلمي ، الطبعة الثانية
، مطابع مؤسسة عمان للصحافة والأخبار والنشر والإعلام ، مسقط ٢٠٠١ م .